BAKI UNİVERSİTETİNİN XƏBƏRLƏRİ

№3 Fizika-riyaziyyat elmləri seriyası 2009

İNFORMATİKA

ОБ ОДНОЙ МОДИФИКАЦИИ МЕТОДА КВАДРАТУР

Г.Ю.МЕХТИЕВА, В.Р.ИБРАГИМОВ, М.Н.ИМАНОВА

Бакинский Государственный Университет

ibvaq@yahoo.com

Интегральные уравнения Вольтерра исследуются давно, однако до сих пор не был построен эффективный метод нахождения численного решения нелинейного интегрального уравнения типа Вольтерра. Поэтому все чаще предлагаются разные способы для приближенного решения нелинейного интегрального уравнения типа Вольтерра. Одним из наиболее популярных методов численного решения таких уравнений является замена интеграла квадратурной формулой. Здесь, для нахождения решения нелинейного интегрального уравнения Вольтерра, предлагается некоторая модификация методов квадратур, в результате чего получается многошаговый метод с постоянными коэффициентами.

Введение. Исторически сложилось так, что спустя много лет, после появления идей, началось воплощение их в жизнь. Так было и с ЭВМ, идеи создания которых, были выдвинуты в 1833 году Ч.Беббиджем, но построены в 40-е года XX века (см., напр., [1]). Этот технический прогресс произошел в результате появления некоторых задач, требующих нахождения решения в кротчайшие сроки. Такие задачи появились в США при исследовании полета баллистических ракет во время второй мировой войны. С развитием ЭВМ развивались теория и применения численных методов, которые являются одним из основных частей современной вычислительной математики. Сейчас трудно найти область в сфере деятельности человека, где не используются компьютеры и численные методы. Как известно, в средних веках стихийные бедствия заставляли ученых исследовать движение небесных тел и взаимодействия между ними (см., напр., [2]). Теперь аномальные явления и стихийные бедствия в природе заставляют ученых исследовать интегральные и интегро-дифференциальные уравнения, которые описывают вышеуказанные процессы. Некоторые авторы появление и исследование интегрального уравнения Вольтерра связывали с распространением эпидемии гриппа. Теперь решение многих таких задач сводятся к решению интегральных уравнений.

Здесь исследуется численное решение интегрального уравнения Вольтерра. Как известно, Вольтерра является творцом интегральных уравнений, которые являются одним из основных направлений математики. Нахождением приближенного решения интегральных уравнений Вольтерра занимались многие ученые, которые, в основном, предлагали использовать квадратурные формулы.

Основной недостаток метода квадратур заключается в многократном вычислении ядра интеграла на каждом шаге. Для устранения указанного недостатка некоторые авторы предлагали использовать методы типа Рунге-Кутта, Адамса и двусторонние совместно с методами квадратур. Однако такой подход не устранил полностью указанный недостаток метода квадратур (см., напр., [3-4]). В работе [5] предложен конечно-разностный метод, при исследовании которого количество вычислений ядра интеграла на каждом шаге постоянно. Здесь, с этой целью, предлагается использование многошагового метода со второй производной.

Рассмотрим следующее нелинейное интегральное уравнение:

$$y(x) = f(x) + \int_{x_0}^{x} K(x,s,y(s))ds, \quad x \in [x_0, X], \tag{1}$$

которое иногда называют уравнением Вольтерра-Урысона.

Предположим, что уравнение (1) имеет единственное решение, которое определено на отрезке $[x_0, X]$ и непрерывно. Цель данной работы заключается в нахождении приближенных значений решения уравнения (1). Поэтому отрезок $[x_0, X]$ разобьем на N равных частей с точками $x_i = x_0 + mh$ $(m = 0,1, \ldots, N)$. Здесь постоянная величина $0 < h$ является шагом разбиений. Обозначим через y_m приближенное, а через $y(x_m)$ - точное значение решения уравнения (1) функции $y(x)$ в точках $x_m (m \geq 0)$.

Рассмотрим построение многошагового метода для численного решения уравнения (1).

§1. О модификации метода квадратур

Для определения значений решения уравнения (1) в точках разбиений, из (1) имеем:

$$y(x_m) = f_m + \int_{x_0}^{x_m} K(x_m, s, y(s))ds, \tag{2}$$

где $f_m = f(x_m)$ $(m = 0,1,2,\ldots,)$.

Метод квадратур в одном варианте может быть записан в следующей форме:

$$y(x_m) = f_m + h\sum_{i=1}^{m} a_i K(x_m, x_i, y(x_i)) + R_m, \tag{3}$$

где R_m является остаточным членом или погрешностью метода квадратур.

Наша задача заключается в выражении $y(x_m)$ через $y(x_{m-i})$ $(i = 0,1,2,\ldots,k)$. С этой целью предположим, что функции $f(x)$ и $K(x,s,y)$, соответственно, определены на отрезке $[x_0, X]$ и в области $G = \{x_0 \leq s \leq x \leq X, \ |y| \leq b\}$ и имеют производные до некоторого порядка $p+1$.

Рассмотрим следующую разность:

$$y(x_{n+1})-y(x_n)=f_{n+1}-f_n+$$

$$+h\sum_{i=1}^{n}a_i\left(K(x_{n+1},x_i,y(x_i))-K(x_n,x_i,y(x_i))+ha_{n+1}K_{n+1}+R_{n+1}-R_n,\right. \quad (4)$$

где $K_m=K(x_m,x_m,y_m)\quad (m=1,2,3,...)$.

По теореме Лагранжа можем написать

$$K(x_{n+1},z_i,y_i)-K(x_n,z_i,y_i)=hK'_x(x_n,z_i,y_i)+$$

$$+\frac{h^2}{2}K''_{x^2}(\xi_n,z_i,y_i)\quad (x_n<\xi_n<x_{n+1}). \quad (5)$$

С учетом полученного в равенстве (4), можно его переписать в следующем виде:

$$y(x_{n+1})-y(x_n)=f_{n+1}-f_n+$$

$$+h^2\sum_{i=1}^{n}a_iK'_x(x_n,x_i,y(x_i))+\frac{h^3}{2}\sum_{i=1}^{n}a_iK''_{x^2}(\xi_n,x_i,y(x_i))+ha_{n+1}K_{n+1}+R_{n+1}-R_n. \quad (6)$$

Легко понять, что

$$h\sum_{i=1}^{n}a_iK'_x(x_n,x_i,y_i)\approx\int_{x_0}^{x_n}K'_x(x_n,s,y(s))ds,$$

$$h\sum_{i=1}^{n}a_iK''_{x^2}(\xi_n,x_i,y_i)\approx\int_{x_0}^{\xi_n}K''_{x^2}(\xi_n,s,y(s))ds. \quad (7)$$

Рассмотрим следующие выражения:

$$y'(x)=f'(x)+K(x,x,y(x))+\int_{x_0}^{x}K'_x(x,s,y(s))ds,$$

$$y''(x)=f''(x)+\frac{d}{dx}K(x,x,y(x))+K'_x(x,x,y(x))+\int_{x_0}^{x}K''_{x^2}(x,s,y(s))ds. \quad (8)$$

Учитывая соотношения (8) и (7) в равенстве (6) и отбрасывая остаточные члены, получим:

$$y_{n+1}-y_n-hy'_n-\frac{h^2}{2}y''(\xi_n)=f_{n+1}-f_n-hf'_n-\frac{h^2}{2}f''(\xi_n)+$$

$$+ha_{n+1}K_{n+1}-hK_n-\frac{h^2}{2}(K'_x(x,x,y(x)))_{x=\xi_n}-\frac{h^2}{2}\frac{d}{dx}(K(x,x,y(x)))_{x=\xi_n}. \quad (9)$$

Используя интерполяционный многочлен Лагранжа, можем написать:

$$K'_x(\xi_n,\xi_n,y(\xi_n))\approx\sum_{i=0}^{k}\hat{\alpha}_iK'_x(x_{n+1-i},x_{n+1-i},y_{n+1-i}),\qquad y''(\xi_n)\approx\sum_{i=0}^{k}\breve{\alpha}_iy''_{n+1-i},$$

$$f''(\xi_n)\approx\sum_{i=0}^{k}\breve{\alpha}_if''_{n+1-i},\qquad \frac{d}{dx}(K(x,x,y(x)))_{x=\xi_n}\approx\sum_{i=0}^{k}\hat{\alpha}_i\frac{d}{dx}(K(x,x,y(x)))_{x=x_{n+1-i}}, \quad (10)$$

где через y'_m и y''_m обозначены приближенные значения производных решения уравнения (1) в точках $x_m=x_0+mh(m=0,1,...)$.

Рассмотрим следующие известные разностные методы, которые хорошо были исследованы многими авторами (см., напр., [6] - [12]):

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i} = h\sum_{i=0}^{k}\beta_i y'_{n+i}; \qquad \sum_{i=0}^{k}\overline{\alpha}_i y_{n+i} = h^2\sum_{i=0}^{k}\overline{\gamma}_i y''_{n+i}.$$

После учета выше полученных соотношений в (9), имеем:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i} = \sum_{i=0}^{k}\alpha_i f_{n+i} + h\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{k}\beta_i^{(j)}K(x_{n+j}, x_{n+i}, y_{n+i}) + h^2\sum_{i=0}^{k}\gamma_i g_{n+i}, \tag{11}$$

где коэффициенты α_i, $\beta_i^{(j)}$, γ_i $(i, j = 0,1,2,\ldots,k)$ определяются через $\breve{\alpha}_i, \widehat{\alpha}_i$ $(i = 0,1,2,\ldots,k)$ и a_{n+1}, а

$$g(x,z,y) = K'_x(x,z,y) + K'_z((x,z,y) + K'_y(x,z,y)y'.$$

Таким образом, проведя некоторые преобразования в методе квадратур, получили многошаговый метод с постоянными коэффициентами типа (11). Теперь рассмотрим построение многошагового метода, не используя метод квадратур.

§2. Построение k-шагового метода с постоянными коэффициентами

Для построения k-шагового метода с постоянными коэффициентами рассмотрим следующую сумму, которая получается из уравнения (1):

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y(x_{n+i}) = \sum_{i=0}^{k}\alpha_i f_{n+i} + \sum_{i=0}^{k}\alpha_i\int_{x_0}^{x_n}K(x_{n+i}, s, y(s))ds +$$

$$+\sum_{i=0}^{k}\alpha_i\int_{x_n}^{x_{n+i}}K(x_{n+i}, s, y(s))ds. \tag{12}$$

Здесь $\alpha_i, (i = 0,1,2,\ldots,k)$ - некоторые действительные числа. Обычно предполагают, что $\alpha_0 + \alpha_1 + \ldots + \alpha_k = 0$. Следовательно,

$$\lim_{h\to 0}\sum_{i=0}^{k}\alpha_i\int_{x_0}^{x_n}K(x_{n+i}, s, y(s))ds = 0. \tag{13}$$

Рассмотрим следующую разностную схему:

$$\sum_{i=0}^{\nu+l}\widehat{a}_i z_{n+i} = h^m\sum_{i=0}^{\nu+l}\widehat{b}_i z_{n+i}^{(m)}, \tag{14}$$

которую применяют к численному решению следующей задачи (см., напр., [13], [14]):

$$z^{(m)} = F(x,z), \quad z(x_0) = z_0, \quad z'(x_0) = z'_0, \ldots, z_{(x_0)}^{(m-1)} = z_0^{(m-1)}.$$

Здесь через $z^{(m)}$ обозначена производная m – го порядка функции $z(x)$ по x.

Как известно, необходимым условием для сходимости метода (14) является то, что $\alpha = 1$ является m-кратным корнем характеристического многочлена $\rho(\alpha) = \widehat{a}_0 + \widehat{a}_1\lambda + \ldots\widehat{a}_k\lambda^k$, а остальные корни по модулю меньше единицы.

Легко обнаружить, что

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i\int_{x_0}^{x_n}K(x_{n+i}, s, y(s))ds = \sum_{i=0}^{k}\alpha_i\left(\int_{x_0}^{x_n}K(x_{n+i}, s, y(s))ds + \sum_{j=0}^{\nu+l}\widehat{a}_j K(x_{n+j}, s, y(s))ds\right). \tag{15}$$

Здесь коэффициенты $\widehat{a}_j\ (j = 0,1,...,k + l)$ подбираем так, чтобы многочлены

$$\rho_i(\lambda) \equiv \lambda^i + \sum_{j=0}^{k+l} \widehat{a}_j \lambda^j \quad (i = 0,1,2,...,k)$$

имели m-кратный корень $\lambda = 1$, а остальные корни были по модулю меньше единицы.

Если в соотношении (14) m приравняем к $p+1$ и учтем в равенстве (15), то получим, что

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i \int_{x_0}^{x_n} K(x_{n+i}, s, y(s))ds = O(h^{p+1}),\ h \to 0\,. \tag{16}$$

Отметим, что соотношение (16) можно получить и по другой схеме. Действительно, рассмотрим следующее соотношение:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i \int_{x_0}^{x_n} K(x_{n+i}, s, y(s))ds = \sum_{i=0}^{k} \alpha_i \left(\int_{x_0}^{x_n} K(x_{n+i}, s, y(s))ds - \right.$$

$$\left. = \sum_{j=0}^{k} (\widehat{a}_j K(x_{n+j}, s, y(s)) - h^m b_j K^{(m)}_{x^m}(x_{n+j}, s, y(s)))ds \right). \tag{17}$$

Здесь коэффициенты $b_j\ (j = 0,1,...,k)$ подбираем так, чтобы имело место

$$\sum_{j=0}^{k} (\widehat{a}_i K(x_{n+j}, s, y) - h^m b_i K^{(m)}_{x^m}(x_{n+i}, s, y)ds = O(h^{p+1}),\ h \to 0.$$

Можно доказать, что в этом случае будет иметь место $m \le k+1$. Учитывая полученное в (17) и подбирая коэффициенты $\widehat{a}_i\,(i = 0,1,...,k)$, из (17) можем получить соотношение (16). А если учтем (16) в (12), то получим, что

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y(x_{n+i}) = \sum_{i=0}^{k} \alpha_i f_{n+i} + \sum_{i=0}^{k} \alpha_i \int_{x_n}^{x_{n+i}} K(x_{n+i}, s, y(s))ds + O(h^{p+1}),\ h \to 0. \tag{18}$$

Используя интерполяционный многочлен Эрмита при вычислении интеграла в соотношении (18), имеем:

$$\int_{x_n}^{x_{n+i}} K(x_{n+i}, s, y(s))ds = h \sum_{j=0}^{k} \widehat{\beta}_j^{(i)} K(x_{n+i}, x_{n+j}, y(x_{n+j})) +$$

$$+ h^2 \sum_{j=0}^{k} \widehat{\gamma}_j^{(i)} G(x_{n+i}, x_{n+j}, y(x_{n+j})) + R_{n,i}\,. \tag{19}$$

Здесь $G(x, z, y(z)) = K'_z(x, z, y(z)) + K'_y(x, z, y(x))y'(z)$.

После учета (19) в (18), отбрасывая погрешность метода квадратур и погрешность, определяемую по соотношению (16), получим, что:

$$\sum_{i=0}^{k} \alpha_i y(x_{n+i}) = \sum_{i=0}^{k} \alpha_i f_{n+i} + h \sum_{j=0}^{k} \sum_{i=0}^{k} \beta_i^{(j)} K(x_{n+j}, x_{n+i}, y_{n+i}) +$$

$$+ h^2 \sum_{j=0}^{k} \sum_{i=0}^{k} \gamma_i^{(j)} G(x_{n+j}, x_{n+i}, y_{n+i}), \tag{20}$$

где $\beta_i^{(j)} = \alpha_i \widehat{\beta}_j^{(i)}$; $\quad \gamma_i^{(j)} = \alpha_i \widehat{\gamma}_j^{(i)} \quad (i, j = 0,1,2,..,k)$.

Таким образом, для нахождения приближенных значений уравнения (1) построили методы (11) и (20).

Если обобщим эти методы, то получим

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y(x_{n+i})=\sum_{i=0}^{k}\alpha_i f_{n+i}+h\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{k}\beta_i^{(j)}K(x_{n+j},x_{n+i},y_{n+i})+$$

$$+h^2\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{k}\gamma_i^{(j)}g(x_{n+j},x_{n+i},y_{n+i}), \qquad (21)$$

Очевидно, что точность метода (21) зависит от значений его коэффициентов $\alpha_i,\beta_i^{(j)},\gamma_i^{(j)}$ $(i,j=0,1,2,...,k)$. Поэтому рассмотрим определение коэффициентов метода (21). Для определения коэффициентов можно использовать разные схемы. Мы здесь изложим одну схему, которую можно считать эквивалентной схеме определения коэффициентов конечно-разностного метода со второй производной.

Рассмотрим следующий специальный случай уравнения (1):

$$y(x)=f(x)+\int_{x_0}^{x}F(s,y(s))ds. \qquad (22)$$

В этом случае метод (21) имеет следующий вид:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i}=\sum_{i=0}^{k}\alpha_i f_{n+i}+h\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{k}\beta_i^{(j)}F(x_i,y_i)+h^2\sum_{j=0}^{k}\sum_{i=0}^{k}\gamma_i^{(j)}H(x_i,y_i), \qquad (23)$$

где

$$H(x,y)=F'_x(x,y)+F'_y(x,y)y'=$$

$$=F'_x(x,y)+F'_y(x,y)(f'(x)+F(x,y))=y''(x)-f''(x).$$

Учитывая, что

$$y'(x)=f'(x)+F(x,y), \qquad y''(x)=f''(x)+H(x,y)$$

и обозначая через

$$\beta_i=\sum_{j=0}^{k}\beta_i^{(j)}, \qquad \gamma_i=\sum_{j=0}^{k}\gamma_i^{(j)} \quad (i=0,1,2,...,k), \qquad (24)$$

соотношение (23) можно переписать в следующем виде:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i y_{n+i}=\sum_{i=0}^{k}\alpha_i f_{n+i}-h\sum_{i=0}^{k}\gamma_i f'_{n+i}-h^2\sum_{i=0}^{k}\gamma_i f''_{n+i}+h\sum_{i=0}^{k}\beta_i y'_{n+i}+h^2\sum_{i=0}^{k}\gamma_i y''_{n+i}, \qquad (25)$$

где

$$f'_m=f'(x_m),\ f''_m=f''(x_m),\ \ y'_m=y'(x_m),\ \ y''_m=y''(x_m)\ \ (m=0,1,2,3,...).$$

Как известно, k-шаговый метод со второй производной имеет следующий вид:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i z_{n+i}=h\sum_{i=0}^{k}\beta_i z'_{n+i}+h^2\sum_{i=0}^{k}\gamma_i z''_{n+i}. \qquad (26)$$

Предположим, что метод (26) имеет степень p. Тогда, для достаточно гладкой функции $z(x)$ и фиксированной точки $x=x_0+nh$ можно написать следующее:

$$\sum_{i=0}^{k}(\alpha_i z(x+ih) - h\beta_i z'(x+ih) - h^2\gamma_i z''(x+ih) = O(h^{p+1}), \quad h \to 0.$$

Если предположить, что метод (26) имеет степень p, то из (25) следует, что

$$\sum_{i=0}^{k}(\alpha_i y(x+ih) - h\beta_i y'(x+ih) - h^2\gamma_i y''(x+ih)) = O(h^{p+1}), \quad h \to 0. \qquad (27)$$

Таким образом, получили, что если разностный метод (26) имеет степень p, то метод (21) также имеет степень p. Но, если метод (26) имеет степень p, то коэффициенты его удовлетворяют следующим условиям:

$$\sum_{i=0}^{k}\alpha_i = 0; \quad \sum_{i=0}^{k} i\alpha_i = \sum_{i=0}^{k}\beta_i; \quad \sum_{i=0}^{k}\frac{i^2}{2}\alpha_i = \sum_{i=0}^{k} i\beta_i + \sum_{i=0}^{k}\gamma_i,$$

$$\sum_{i=0}^{k}\frac{i^l}{l!}\alpha_i = \sum_{i=0}^{k}\frac{i^{l-1}}{(l-1)!}\beta_i + \sum_{i=0}^{k}\frac{i^{l-2}}{(l-2)!}\gamma_i, \quad (l = 3,4,\ldots,p). \qquad (28)$$

Отметим, что (28) является однородной системой линейно-алгебРаичеcких уравнений. Для того, чтобы она имела нетривиальное решение (решение отличное от нуля), должно иметь место $p \le 3k+1$ (см., напр., [15], [16]).

Следовательно, сначала находим коэффициенты метода (26) из системы (28), затем из системы (24) определяем коэффициенты метода(21).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бут Э. и Бут К. Автоматические цифровые машины. Перев. с англ., под ред. В.М. Курочкина, Физматгиз, 1959, 207 с.
2. Субботин М.Ф. Курс небесной механики, т.2. М.: ОНТИ, 1937, 404с.
3. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Киев: Науково Думка, 1986, 544 с.
4. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям: Методы решения. М.: Факториал Пресс, 2000, 384 с.
5. Мехтиева Г.Ю., Иманова М.Н. Об одном применении конечно-разностного метода. Вестник БГУ, серия физ.-мат.наук, №2, 1998, с. 73-78.
6. Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Мир, 1990, 512 с.
7. Современные численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений/ Под ред.Дж.Холла и Дж.Уатта: Пер. с англ. М.: Мир, 1979, 312 с.
8. Dahlquist G. Convergence and stability in the numerical integration of ordinary differential equations // Math.Scand. 1956, No.4, p.33-53.
9. Lambert R.J. Two unconventional classes of methods for stiff systems// Stiff.Differ.Syst.-1974-p.171-186.
10. Кобза И. Методы типа Адамса со вторыми производными//Applikace Mathematicky. 1975, № 20, с.389-405.
11. Ибрагимов В.Р. Эффективный численный метод решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка // Вестник БГУ, серия физ.-мат.наук, 2002, №4, с.71-82.
12. V.R.Ibrahimov. On the maximum degree of the *k*-step Obrechkoff's method. Bulletin of Iranian Mathematical Society // 2002, v. 20, No. 1, p.1-28.
13. Huta A., Jr. An a priori bound of the round-off error in the integration by multistep

difference method for the differential equation $y^{(s)} = f(x, y)$ // Acta F.R.N. Univ. Comen. Math., 1979, No.34, p.51-56.
14. Dahlquist G. Stability and Error bounds in the numerical integration of ordinary differential equations//Uppsala, Almqvist & Wiksells boktr. 1959, No.130, p.5-92.
15. Гантмахер Ф.Р. Теория Матриц. 3-е изд. М.: Наука, 1967, 576 с.
16. Бахвалов Н.С. Численные методы. М.: Наука, 1973, 631с.

KVADRATUR ÜSULUN BİR MODİFİKASİYASI HAQQINDA

Q.Y.MEHDİYEVA, V.R. İBRAHİMOV, M.N.İMANOVA

XÜLASƏ

Volter tipli inteqral tənliklərin çoxdan araşdırılmasına baxmayaraq Volter tipli qeyri-xətti inteqral tənliklərin ədədi həlli üçün effektiv üsul hələ də qurulmamışdır. Buna görə də, Volter tipli qeyri-xətti inteqral tənliklərin təqribi həlli üçün müxtəlif üsullar müxtəlif müəlliflər tərəfindən təklif olunmuşdur. Bu cür tənliklərin ədədi həlli üçün ən çox isifadə olunan üsullardan biri inteqralın kvadratur formula ilə əvəz edilməsidir. Burada Volter tipli qeyri-xətti inteqral tənliklərin həlli üçün kvadratur üsulların bir modifikasiyası təklif olunur və nəticədə sabit əmsallı çox addımlı üsul qurulur.

ONE THE MODIFICATION OF THE QUADRATURE METHODS

G.Y.MEHDIYEVA, V.R. IBRAHIMOV, M.N.IMANOVA

SUMMARY

Volterra integral equations have been researched for a long time, however the effective method for the numerical solution of the nonlinear Volterra integral equation till now has not been constructed. Therefore, different ways for the approximated solution of the nonlinear Volterra integral equation are even more often offered. One of the most popular methods of the numerical solution of such equations is integral replacement with quadrature formula. Here, for the solving of the nonlinear Volterra integral equation, some modification of quadrature method is suggested as a result of which multistep method with the constant coefficients is received.